ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ КОМУНАЛЬНИЙ ІНСТИТУТ
ПІСЛЯДИПЛОМНОЇ ПЕДАГОГІЧНОЇ ОСВІТИ

Іванюк Т. Г.

Методичні аспекти викладання алгебри та геометрії на початковому етапі вивчення у контексті вимог Нової української школи

Тернопіль, 2018

Тема: Методичні аспекти викладання алгебри та геометрії на початковому етапі вивчення у контексті вимог Нової української школи

Іванюк Тетяна Георгіївна, методист Тернопільського обласного комунального інституту післядипломної педагогічної освіти

Анотація

У 7 класі учні закладів загальної середньої освіти розпочинають II етап вивчення математики у двох окремих курсах: **алгебри та геометрії**. Як свідчить практика, при переході до вивчення двох окремих курсів відбувається суттєве зниження показників успішності у більшості школярів, послаблення інтересу до вивчення предмету за рахунок навчального рівня строгості та докладності викладу, зокрема в геометрії та певного рівня складності вивчення операцій та їх властивостей у алгебрі. Зміст роботи спрямований на розв’язання завдань та проблемних питань, які виникають при викладанні математики у 7 класах. Науковість змісту забезпечується в першу чергу достатнім рівнем строгості міркувань. Розкрито суть та значення навчальних тем алгебри та геометрії для системного вивчення математики, привернуто увагу до сучасних вимог викладання предмету. У розробці подано роз’яснення викладу окремих математичних термінів з метою подолання певної неузгодженості в трактуванні понятійного апарату у різних підручниках. Привернуто увагу до оволодіння учнями мистецтвом аргументації, формування власних суджень, міркувань, висновків, що є базовими цінностями сучасного демократичного суспільства. Надано методичні рекомендації щодо формування в учнів уміння обґрунтовувати та доводити математичні твердження, сприяти правильному світорозумінню. Основна мета методичної розробки – надати орієнтири викладання математики на II етапі її вивчення за оновленою навчальною програмою, у контексті вимог Нової української школи; привернути увагу до

організації засвоєння навчального контенту, що забезпечить належну математичну підготовку учнів та сприятиме формуванню предметної та ключових компетентностей.

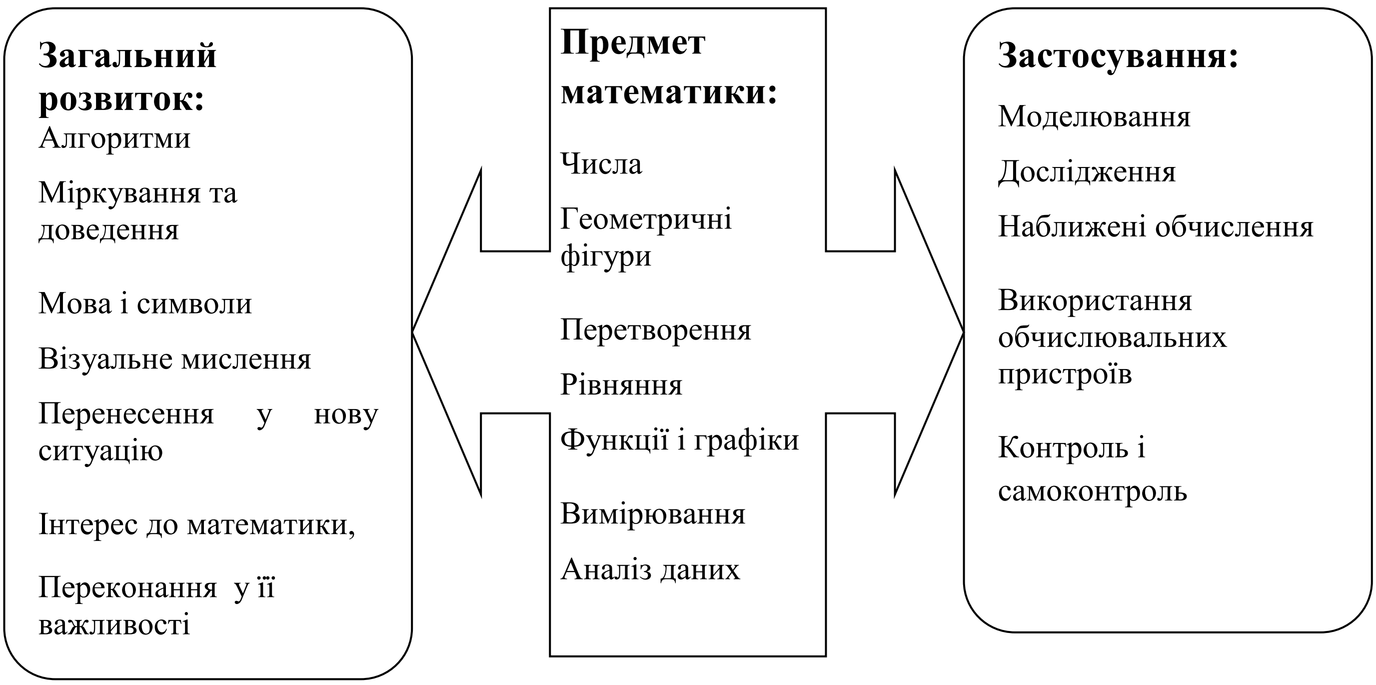
Зміст

Вступ 3-6

1. ***Особливості вивчення геометрії***
   - **1.1 Вступні зауваги** 6-8
   - **1.2 Формування понятійного апарату** 8-19
   - **1.3 Робота учнів над доведенням** 19-21
   - **1.4 Введення найважливіших математичних понять з огляду їх подання у підручниках** 21-24
   - **1.5 Взаємне розташування прямих на площині** 25
   - **1.6 Дві базові фігури елементарної геометрії: трикутник і коло** 25-28
   - **1.7 Система задач** 28-30
   - **1.8 Використання техніки орігамі** 30-32
2. ***Особливості вивчення алгебри*** 32
   - **2.1 Вступні зауваги** 32-33
   - **2.2 Формули скороченого множення** 33-35
   - **2.3 Вивчення лінійних рівнянь та їх систем** 35-38
   - **2.4 Введення поняття функції** 38-40
   - **2.5 Методика вивчення окремих видів функцій** 40-44
3. ***Висновки*** 44-45
4. ***Список використаних джерел*** 45-46

Вступ

В основоположних державних документах зазначається, що математика як предмет вивчення у школі має непересічне значення для становлення і розвитку особистості учнів. У процесі засвоєння і застосування математичних знань, навичок і умінь закладаються об'єктивні передумови для збагачення не тільки суто математичного, а й загальнокультурного потенціалу школярів, створюються широкі можливості для формування й розвитку мислення, пам'яті, уявлень та уяви учнів, їх наукового світогляду, алгоритмічної, інформаційної та візуальної культури, вмінь встановлювати причинно-наслідкові зв'язки між окремими фактами, обґрунтовувати твердження, математизувати реальні ситуації. За рахунок дидактично виваженої організації навчання математики видається можливим істотно впливати на інтелектуальний розвиток учнів, формувати позитивні риси особистості, розвивати розумову активність, пізнавальну самостійність, саморегуляцію, творчість у навчальній діяльності [12]. Особливу увагу потрібно звернути на формування в учнів логічного, критичного та креативного мислення, що підтверджується даними комісії Європейського математичного товариства (EMS), які подано у схемі:



У більшості сучасних семикласників виникає логічне питання: «Чим зумовлений поділ математики і яка його мета?». Доцільність вивчення математики у двох окремих курсах насамперед зумовлена змістом матеріалу, передбаченого навчальною програмою, що відображено у змістових лініях курсів, їх основними завданнями. У школі учні вивчають елементарну математику (арифметику, алгебру, початки аналізу, геометрію, тригонометрію). Для відповіді на запитання учням варто пригадати походження терміну «математика», що від грецького означає «наука, знання, вивчення, любов до пізнання». Звернути увагу школярів на предмет ***алгебри*** як розділу математики, який вивчає математичні операції і відношення, та утворення, що базуються на них: многочлени, алгебраїчні рівняння, алгебраїчні структури. Основне завдання алгебри— *вивчення властивостей операцій незалежно від об'єктів, до яких вони застосовуються*. ***Геометрія*** в первинному значенні — наука про фігури, взаємне розташування і розміри їхніх частин, а також про перетворення фігур. Це визначення цілком узгоджується з визначенням *геометрії як науки про просторові форми і відношення та їхні узагальнення.* Видатний французький математик Лагранж у XVIII столітті писав: «Алгебра і геометрія, рухаючись своїми шляхами, лише уповільнюють свій прогрес. Однак, як тільки ці науки об'єднуються, вони починають позичати одна у одної життєві сили і можливості, які змушують їх обох рухатися величезними кроками вперед до досконалості». З метою формування цілісної картини світу сучасна освіта потребує впровадження інтегрованих курсів, об’єднання навчальних предметів. Тож при вивченні окремих курсів математики потрібно забезпечувати їх взаємозв’язок через теоретичний матеріал, систему доцільно підібраних завдань; проектну діяльність тощо.

Вивчення математики у Новій українській школі здійснюється за оновленими навчальними програмами у відповідності до Державного стандарту та за новими підручниками. Зміни стосуються не лише змісту навчального матеріалу, вимог до рівня загальноосвітньої підготовки учнів, кількості годин, запланованих на вивчення алгебри та геометрії, але й самої побудови організації процесу навчання на засадах *компетентнісного підходу*, кінцевим результатом якого є сформовані компетентності як здатності учня успішно діяти в навчальних та життєвих ситуаціях [12]. Отримуючи математичну підготовку, **учні мають здобути не лише знання** і **уміння суто предметного характеру**, але й **досвід їх практичного застосування,** значно розвинути природне математичне бачення та інтуїцію, набути первинних навичок і вмінь несуперечливо й доказово міркувати, навчитись обирати найкращий шлях до розв'язання певної проблеми в умовах її варіативності. *Компетентність* є особистісним утворенням, яке формується на основі здобутих знань, досвіду діяльності, вироблених ціннісних орієнтацій, ставлень, оцінок**.** Компетентність виступає результативно-діяльнісною характеристикою освіти [12].

Згідно з науковими основами *діяльнісного підходу*, у процесі вивчення математики має відбутися опанування не лише готовими знаннями, а й способами цього засвоєння, способами міркувань, які застосовуються в математиці. *Спеціально організована предметна діяльність має виступати і метою навчання, і його засобом*.

На сучасному етапі реформування освіти в Україні гуманістичні цінності освіти зумовлюють зміну авторитарно-дисциплінарної моделі навчання на особистісно орієнтовану [12].

Особистісно орієнтований підхід в освіті ґрунтується на відкритій особистісній взаємодії у ході навчання, забезпеченні умов для особистісного розвитку, розкритті здібностей, самопізнанні, становленні особистості учня. Реалізація методичних підходів полягає у врахуванні суб'єктних проявів особистості та розумінні її внутрішнього світу. Суб'єктивність особистості, індивідуальність учнів проявляється у вибірковості до пізнання світу – до змісту, виду й форми його подання, стійкості цієї вибірковості, способів опанування навчального матеріалу, емоційно-ціннісного ставлення до об'єктів пізнання, що зумовлює побудову особистісно орієнтованого підходу на методологічних принципах гуманізму, реалізму, діяльності, самоорганізації складних систем, ціннісно-цільової сутності пізнання, інтегративності, діалогічної взаємодії [3]. В особистісно орієнтованому навчанні зміст, методи і прийоми, засоби та організаційні форми мають спрямовуватись на те, щоб розкрити та використати суб'єктивний досвід кожного учня, допомогти становленню особисто значущих способів пізнання шляхом організації цілісної навчально-пізнавальної діяльності. В освітньому процесі опанування учнем історичного досвіду, що задається навчанням, повинно відбуватися не за рахунок витіснення його індивідуального досвіду, а шляхом їх постійного узгодження, використання всього того, що накопичено учнем у його власній життєдіяльності [5].

Особливості викладання геометрії на початковому етапі вивчення

Добре відомо, що народи, які засвоїли геометрію, набагато перевершують інші народи в усіх науках і мистецтвах, і якщо останні не мають упорядкованих багатств і належного добробуту, то народам, обізнаним з геометрією, при їх безмежних багатствах притаманна також і якась особлива шляхетність.

Феофан Прокопович

Вступні зауваги. Загальновідомо, що геометрію вважають одним із найскладніших навчальних предметів. Це й зрозуміло, оскільки геометрія - абстрактна наука. Предметом її вивчення є об'єкти, що визначаються тими описаними в аксіомах властивостями, які з'являються на основі абстрагування від властивостей реальних речей. Учні повинні зрозуміти важливість абстракції для пізнання оточуючого світу. У процесі навчання учні побачать відмінність між емпіричним і логічним способами одержання результатів. Важливо пам'ятати, що у 7 класі починається наступний ступінь вивчення математики: вводяться чітка мова, логічні міркування, зокрема при доведенні математичних тверджень, учні ознайомлюються із новою символікою, поняттями; розширюються знання про відношення. Особливість математичного методу пізнання полягає в тому, що відбувається абстрагування. Для одержання результатів використовують дедуктивний метод, який потрібний не тільки для наукової мети, а й безпосередньої діяльності. Щоб запобігти виникненню в учнів окремих труднощів при засвоєнні геометричних знань, необхідно зосередити увагу саме на початковому етапі її вивчення.

Як розпочати ознайомлення учнів із систематичним курсом геометрії? Перш за все, створити умови, щоб процес навчання був природнім, захоплюючим, відповідав віковим та психологічним особливостям школярів.

З перших уроків вивчення геометрії необхідно об'єднати в єдину систему розповідь вчителя, виклад теоретичного матеріалу в підручнику, відповідні записи на дошці і в зошиті з рисунками, які є опорою для учнів під час самостійного опрацювання.

Завдання учителя на початковому етапі вивчення – зацікавити геометрією, сприяти усвідомленню учнями необхідності вивчення курсу **як засобу для пізнання навколишнього світу**, розвитку логічного мислення, уміння доказово міркувати та несуперечливо доводити свою думку, здатності виокремити головне, умінню аналізувати, узагальнювати інформацію, вирішувати життєві задачі та врешті-решт перемагати. Геометрія з давніх-давен вважалася неперевершеною школою мудрості; наукою, яка споконвіку вражала людський розум своєю довершеністю. Протягом багатьох століть основи геометрії майже не змінювалися, значна кількість тверджень давніші, ніж Біблія [11]. Сучасна ж геометрія вийшла далеко за межі своєї первісної назви «землемірство». Саме тому, зокрема на першому уроці геометрії**,** необхідно продемонструвати учням важливість геометричних знань для повсякденного життя людини, їх цінність для становлення успішної особистості.

Геометричні знання – це джерело особистого інтелектуального розвитку, спроможність конкурувати в умовах ринкової економіки, здатність знаходити оптимальні логічні шляхи розв'язання життєвих задач, проблем, ситуацій. З метою ілюстрації вищезгаданих аргументів та на підтвердження значимості фактів варто використати презентації, уривки фільмів, твори мистецтва, архітектури, відомості про визначних математиків-геометрів, зокрема українського походження. Доречним доповненням слугує вислів французького ученого Блеза Паскаля : «Серед рівних розумом – за однакових інших умов – переважає той, хто знає геометрію». Загалом, перший урок геометрії має бути організаційним, настановним і насамперед цікавим.

Оволодіння учнями методом сприйняття й усвідомлення оточуючого, уміння аналізувати навколишній світ закладене в основі шкільного курсу геометрії. Згідно з Державним стандартом і оновленою навчальною програмою з геометрії результатом її вивчення є *сформовані предметні компетентності* учнів, зокрема ***вміння*:** наводити приклади, пояснювати зміст понять, формулювати означення, властивості (теореми) математичних об'єктів; записувати та пояснювати вираз (формулу, рівняння тощо); застосовувати, розв'язувати; класифікувати; характеризувати, знаходити на малюнках та зображувати; вимірювати та обчислювати; обґрунтовувати, доводити і інше .

Впродовж вивчення шкільного геометрії поєднувати ознайомлення із абстрактними математичними поняттями та відношеннями, аксіомами, теоремами з їх реальними моделями, практичним використанням в архітектурі, будівництві, юриспруденції, військовій справі, машинобудуванні, сільському господарстві, інженерії та в багатьох інших галузях. Демонструвати учням необхідність та значимість для суспільства математичних абстракцій, знайомити з їх творцями. На початковому етапі вивчення геометричні об'єкти представлені учням в новому вигляді. Точка і пряма розглядаються як основні поняття, властивості яких розкриваються в аксіомах.

Формування понятійного апарату.

Основна мета перших уроків – систематизація наочних уявлень про найпростіші геометричні фігури, *введення первісних (неозначуваних) понять і відношень* та потреба введення означень деяких відомих фігур. На перших уроках розглядаються первісні поняття геометрії *точка, пряма, площина, належати, лежати між.* Перші три поняття — це основні геометричні фігури, а два останніх — основні відношення. Це неозначувані поняття — для них не формулюються означення, але їх зміст розкривається через опис, показ, характеристику.

Для успішного засвоєння знань необхідне оволодіння учнями геометричною термінологією. На початках вивчення геометрії учні використовують нові поняття: *теорема, її доведення, умова і вимога теореми, аксіома, пряме і обернене твердження, наслідок теореми, метод від супротивного.* Щоб правильно розуміти і вживати нові слова *потрібно розуміти їх первинний зміст*. На етапі початкового вивчення геометрії доцільно *організувати діалог, провести дискусію або запропонувати виконати учням проекти з тем : «Поняття про аксіоми і теореми», «Роль практики у виникненні геометрії», «Важливість абстракцій для практичної діяльності людини».* Щоб вчити учнів доводити на основі аксіом, необхідне свідоме усвідомлення їх змісту. Терміни «аксіома», «теорема», «доведення» вводять тоді, коли *учні оперують відповідними поняттями*. Аксіоми спочатку іменують основними властивостями, теореми – просто властивостями. Замість довести вживають слово пояснити [10]. Досвід свідчить, що кращому осмисленню й засвоєнню змісту аксіом, точному їх формулюванню передує проведення практичних робіт. На доступних прикладах необхідно забезпечити розуміння учнями змісту даних понять та їх призначення. Головна вимога: учень повинен уміти пояснити той чи інший термін, знати сферу його застосування. Це унеможливить виникнення труднощів при опануванні геометричного матеріалу у подальшому вивченні.

На кожному уроці перевіряти, як учні **зрозуміли** та **засвоїли** ті чи інші поняття, означення, формулювання тверджень та суть їх доведення. Слід пам'ятати, що вік 12-13 років відповідає початку інтенсивного формуванню в учнів абстрактного і логічного видів мислення [1]. Навчання геометрії потребує від школярів володіння логікою висловлень (здатністю формувати логічні послідовності та створювати з них відповідний ланцюжок) й абстрактними поняттями. Якщо розпочинати вивчення геометрії з **вимоги** формулювання учнями аксіом, то за рівнем логічної підготовки школярів, здатності до абстрагування та мовним запасом фактично перетворюється на вимогу зазубрювання певних словосполучень, як наслідок зникає цікавість до предмета, виникають проблеми сприйняття учнями геометрії[1].

Для подолання вищезазначеного та сприяння розвитку особистості слід спиратись на вже розвинені (сильні) її сторони [1]. <u>Для учня 7-го класу це - практична діяльність і життєва основа подання навчального матеріалу.</u> З огляду завдань компетентнісно орієнтованого навчання математики, схему побудови геометрії як сучасної науки можна зробити для учнів більш зрозумілою, *розв'язуючи практичні задачі,* зокрема й Стародавнього Єгипту; з'ясувати, коли та як виникло поняття «*доведення*», що воно означає, *потренуватися виконувати логічні міркування, вирішуючи життєві задачі*, підвести дитину до розуміння того, що *абстрактні поняття геометрії беруть початок від конкретних об'єктів* і є узагальненням багатовікового досвіду людства [1]. Доречно, на прикладах, за допомогою логічних міркувань продемонструвати учням, як здійснюється доведення певного факту, доведення його істинності, для чого необхідно доводити твердження.

Наприклад:

1) У 4-А класі навчається 14 учнів. На день народження дітям завжди дарують подарунки. Чи можна стверджувати, що у якийсь місяць подарунки отримають двоє дітей? Обгрунтуйте відповідь.

2) Туристичний гурток відвідують 34 учні. Доведіть, що серед них є хоча б двоє, прізвища яких починаються з однієї і тієї ж літери.

3) На кожній грані куба сидить непарна кількість павучків. Доведіть, що на кубі загалом сидить парна кількість павучків. (Важливо, щоб міркування та висновки здійснювали самі учні).

Терміном **означення** математики називають формулювання, в якому пояснюється зміст того чи іншого поняття. Філологи такі речення частіше називають *визначеннями*. Інтернаціональний термін – *дефініція*. Походить термін «означення» від «о-значення», подібно до о-писувати, о-співувати, о-задачити. З цим терміном пов'язані: «означений», «неозначений», «визначений», «визначний». Найважливіші види означень – через рід і істотні властивості, означення через перелік, означення у вигляді формул. У геометрії використовують поняття означувані та неозначувані. Зміст неозначуваних математичних понять розкривається за допомогою аксіом. Із **означенням** (натурального числа) учні вперше зустрічаються на уроках математики у 5-му класі. Хоча дане твердження не є означенням, оскільки при введенні первісного поняття «натуральні» вживати слово «називаються» не можна, в противному випадку учні відповідні твердження з цим словом сприйматимуть за означення. Правильно було б казати, що числа, які використовуються при лічбі предметів дістали назву натуральних чисел або вважають натуральними числами [10]. Ті відомості про натуральні числа, які подаються в 5 класі (порівняння натуральних чисел, існування найменшого натурального числа 1, відсутність найбільшого натурального числа, необмеженість натурального ряду чисел та ін.) дають уявлення про зміст цього поняття.

Означення - загальнонаукове поняття, різні види означень розглядають у логіці. З курсу логіки відомо, що **означення** – це твердження, у якому перелічуються суттєві властивості поняття. *Наприклад:* У курсі геометрії 7 класу учні ознайомлюються з означенням медіани трикутника. Доцільно на етапі введення означення чітко виділити дві суттєві властивості, які входять в означення і лише разом дають достатню властивість належності об’єкта до поняття «медіана»: 1) медіана – це відрізок; 2) цей відрізок з’єднує вершину трикутника із серединою протилежної сторони. (*Вважають, що аксіоми та теореми – це твердження, а означення – не твердження, проте на початковому етапі вивчення не акцентують увагу на цій розбіжності*) [10]. На перших уроках геометрії учням доречно роз’яснити на прикладах поняття «означити що-небудь». Скажімо, запропонувати учням **означити предмети**, які використовуємо повсякчас, наприклад: **підручник**, **зошит, клас** тощо. Цікавим завданням для учнів буде означити слово «***задача***». До прикладу, цим словом українці називають 1) питання, яке розв’язують; 2) доручення, завдання, важку справу, мороку; 3) мету, ціль. Пригадати, як означались об’єкти, терміни, явища тощо, які вивчались, скажімо, на уроках природознавства. Наприклад, ***явища*** – це зміни, що відбуваються з тілами природи, ***масштаб*** – це міра зменшення відстаней на місцевості під час зображення їх на глобусі, карті або плані. Насамперед даний підхід сприятиме розвитку пізнавальної сфери та комунікацій у школярів, цілісному сприйняттю матеріалу суміжних шкільних предметів; умінню означувати не лише нові поняття, але й нові об'єкти, явища, процеси, які вивчатимуться у подальшому на уроках фізики, хімії, географії та інших шкільних дисциплінах. Оволодіння школярами навиками формування понять – завдання для учителя математики. Перший український математик-методист Феофан Прокопович у свій час вказував, що для об'єктів, які вивчаються будь-якою наукою, потрібно з'ясувати два питання: спочатку – чим є поданий об'єкт у цілому, потім – які він має види. Про перше нам допоможе дізнатися його **означення**, про друге – **його розподіл**, що сприяє дослідити **його властивості й характерні ознаки.**

Означувані поняття на перших уроках геометрії можна вводити конкретно-індуктивним (*коли учитель підводить учнів до означення певного об'єкту, виділяючи його суттєві властивості*), і абстрактно дедуктивним (*означення формулює сам учитель та наводить приклади*) методами. Ідею дедуктивної побудови математики вчитель повинен систематично проводити з перших уроків геометрії, насамперед формуючи потребу означати нові геометричні поняття і доводити нові геометричні твердження на основі вже відомих понять, аксіом і доведених тверджень [10].

У математиці ***теоремами*** називають окремі твердження про математичні об'єкти – числа, рівняння, фігури, відношення між фігурами та їхніми рівняннями. У геометрії ***теоремами*** називають твердження про **властивості** геометричних фігур. Учням слід зосередити увагу на **термін «властивості»,** оскільки основне завдання геометрії – саме вивчення властивостей геометричних фігур, а отже й самих фігур та у подальшому на основі цих властивостей доведення інших. Згідно визначення, яке подано у тлумачному словнику: **власти́вість — багатозначний термін**, який, залежно від контексту, може означати: *прояв у взаємодії із суб'єктом притаманної об'єкту якості* або *ж відмітну особливість, характерну ознаку об'єкта.* **Властивість —** філософська категорія, яка виражає один з моментів виявлення сутності речі у відношеннях з іншими речами; те, що характеризує її подібність до інших предметів або відмінність від них. **Термін «властивості»** використовувався учнями при вивченні математики та інших предметів у попередніх класах, отже при викладанні необхідно враховувати принцип наступності та поцікавитись як дане поняття трактувалось учням раніше. У початковій школі учні ознайомились з властивостями арифметичних дій. Школярі молодших класів використовували переставну, сполучну та розподільну властивості (закони), розуміючи, що їх застосування полегшує процес розв'язання, однак, враховуючи вік учнів не передбачалось пояснення змісту терміну. Можна пригадати, як означувались ***властивості,*** скажімо**,** ***речовин*** у природознавстві: ***властивості речовин*** – ***це ознаки***, за якими розрізняють речовини або встановлюють між ними подібність. Учням доцільно пригадати окремі, наприклад фізичні, властивості речовин: колір, блиск, запах, прозорість. Із **ознаками** учні ознайомились вже у 6-му класі на уроках математики при вивченні ознак подільності. Первинне оволодіння поняттям «ознака», без зазначення самого терміну, вживається у початковій школі, здебільшого, на прикладі загадок у випадках, коли перераховуються певні особливості, риси предмету, за якими можна вказати його назву. ***Ці особливості, риси дають змогу судити про приналежність їх окремому предмету, явищу, дії тощо***. Наприклад:

Взимку біле, навесні чорне, влітку зелене, восени стрижене. (*Поле*)

Червона, солодка, пахуча, росте низько, до землі близько. (*Суниця*)

Близьким до значення слова «ознака» є слово «прикмета», яке часто використовується у прогнозах погоди, або ж слугує для опису сезонних явищ, слово «симптом», яке використовується у медицині [2]. **Озна́ка** — **особливість предмета або явища, яка визначає подібність свого носія до інших об'єктів пізнання або відмінність від них**; ***властивість***. Сукупність ознак (яка може зводитися і до однієї єдиної ознаки) дозволяє відрізнити предмет (явище) від інших предметів (явищ). Тобто у школярів до вивчення систематичного курсу геометрії формується первинне уявлення про **властивості та ознаки, проте відсутнє розуміння змісту даних термінів та їх суттєвих відмінностей, зокрема у математиці** .

У математиці ознаками часто називають достатні умови, виконання яких забезпечує зі значною вірогідністю судити про приналежність їх певному предмету або притаманність певному явищу. Загалом: **ознака – це теорема, яка встановлює критерій існування чи виконання чого-небудь [10]**. Її формулюють здебільшого у вигляді двох тверджень (прямого і оберненого). Тому нерідко пояснюють, що ознака обов'язково включає достатню умову і необхідну умову. Це не завжди так. Зазначимо ще один суттєвий факт. Якщо нам *дано рівнобедрений трикутник, то рівність двох його кутів* - **властивість** рівнобедреного трикутника . Якщо ж із *умови рівності двох кутів деякого трикутника ми робимо висновок, що цей трикутник – рівнобедрений*, то рівність цих кутів – **ознака** рівнобедреного трикутника. Таким чином, одна й та ж **особливість фігури**, **залежно від умови задачі, може розглядатись або як властивість, або як ознак**а. Порівнюючи властивості і ознаки можна помітити, що одна й та сама умова є і властивістю, і ознакою певної фігури. У такому випадку кажуть, що така умова є **необхідною і достатньою**. Необхідну і достатню умову інакше називають **критерієм.** Зазначена вище рівність двох кутів трикутника – критерій рівнобедреного трикутника. *Приклад з арифметики:* остання цифра у записі числа 0 – і властивість, і ознака чисел, які діляться на 10. Усі відомі теореми можна умовно поділити на **теореми-властивості і теореми-ознаки.** Учні повинні уміти розрізняти властивості та ознаки, розуміти у чому зміст доведення теореми, наслідку теореми, умови і вимоги (висновку) теореми, зв'язку прямої та оберненої теореми, у чому суть методу від супротивного.

Уміння формулювати та застосовувати властивості певного математичного об'єкту дає можливість визначати геометричне місце точок (зауважуємо, що цей навчальний матеріал не передбачений оновленою навчальною програмою). При нагоді все ж доцільно ознайомити учнів із цим поняттям, що дає можливість формувати в учнів уміння розглядати множину точок з певними властивостями як певний геометричний об'єкт.

До **теорем** відносимо лише правильні доводжувані твердження. Доведення будь-якого твердження складається з тверджень, істинність яких обґрунтовується раніше доведеними істинними твердженнями. Оскільки низка раніше доведених тверджень не може бути нескінченною, виникає потреба домовитись прийняти без доведення кілька істинних тверджень. Їх називають **аксіомами** (з грецької мови «авторитет»). Введення **аксіом**, як і первісних (неозначуваних) понять, пов'язане з дедуктивним характером побудови математики.

При ознайомленні учнів із аксіомою доцільно виконати наступні дії:

1. проілюструвати зміст аксіоми прикладами із навколишньої дійсності або за допомогою моделювання;
2. сформулювати аксіому;
3. виконати рисунок до аксіоми;
4. зробити короткий запис аксіоми.

На основі аксіом, доведених раніше тверджень і означень доводять нові твердження (теореми, задачі на доведення). Справедливість теореми встановлюється шляхом логічних міркувань, тобто ***доведенням***. У свій час О.В.Погорєлов писав: «Головне завдання геометрії в школі – навчити учня логічно міркувати, аргументувати свої твердження, доводити. Дуже небагато з тих, хто закінчить школу, стане математиками, а тим більше геометрами. Будуть і такі, які в своїй практичній діяльності жодного разу не скористаються теоремою Піфагора. Проте навряд чи знайдеться хоча б один, кому б не довелося міркувати, аналізувати, доводити». ***Доведенням*** теореми називають мисленнєве виведення її висновку з уже відомих фактів, тобто з фактів, які перед тим були доведені або їх взяли з досвіду як безсумнівні істини. Загалом, слово теорема походить від грецького слова «теорео» (теорія), що означає «приглядаюсь», «придивляюсь». Тобто, теореми, які пропонуються для розгляду учням насамперед повинні *навчити їх «приглядатися» до відомих речей*, наприклад з'ясувати усі відомості про трикутник та його елементи.

До навчання учнів першим доведенням необхідно підходити доволі обережно.

Цілеспрямоване навчання доведень починається з перших уроків систематичного курсу планіметрії, коли вводяться поняття «**теорема**», «**доведення теореми**». Вже на цьому етапі учні повинні вчитися виконувати аналіз формулювання теореми, тобто відокремлювати **умову від висновку**. З практики відомо, що на початках учні стикаються з проблемою виокремлення умови від висновку у випадку, якщо теорема не сформульована в термінах «якщо…», «то…» [10]. Щоб зменшити ці труднощі, доцільно запропонувати учням **усні вправи на виділення умови і висновку** з відомих уже тверджень:

1. Якщо сума цифр ділиться на 9, то і саме число ділиться на 9.
2. Сума двох протилежних чисел дорівнює 0.
3. Рівні кути мають рівні градусні міри.
4. Сума кутів трикутника дорівнює 180°.
5. Із двох десяткових дробів більшим є той, у якого ціла частина більша.

Уміння доводити математичні твердження складається з чотирьох основних компонентів:

1) дія підведення об'єкта під поняття;

2) володіння необхідними і достатніми ознаками понять, про які йдеться у висновку;

3) дія вибору ознак понять, які відповідають даним умовам;

4) дія розгортання умов.

Щоб забезпечити свідоме засвоєння учнями готових доведень і навчити їх самостійно шукати доведення, треба заздалегідь формувати ці компоненти.

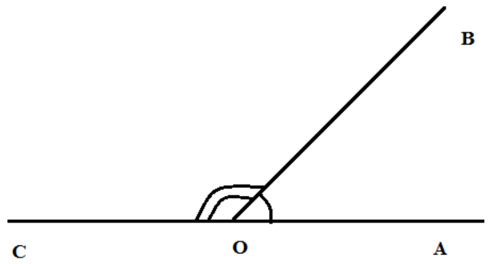
Скажімо, щоб навчити учнів дії розгортання умов, варто застосувати такі вправи:

1. Дано дві різні прямі *AB* та *BC*. Про що це говорить? (*прямі мають спільну точку B, отже вони перетинаються*)

2. Дано два рівні суміжні кути *COB* і *BOD*. Що нам тим самим ще дано? (*OB – бісектриса кута COD, задані кути є прямими*)
3. У трикутнику *ABC: AB=BC* ; кут А рівний куту В. Що ми можемо сказати про трикутник *ABC*? (*мова йде про різновид рівнобедреного трикутника - рівносторонній трикутник*) [10]

Розгортаючи умови, часто доходять висновку, що треба переформулювати висновок теореми або задачі. Окрім цього, пропонуючи учням вправи 1-3, учитель сприяє розвитку когнітивної сфери особистості: умінню проаналізувати інформацію, виокремити головне, здійснити порівняння запропонованих об'єктів тощо. *Прийом переформулювання висновку теореми або задачі* сприяє формуванню вміння доводити твердження. Уміння учнями самостійно здійснювати пошук доведення значною мірою залежить від володіння основними компонентами, що входять до складу уміння доводити, і методами доведень[10]. Щодо *навчання учнів самостійного методу доведень, то найважливішим є аналітичний метод,* який доцільно застосовувати в ході евристичної бесіди. Учні краще засвоюють, усвідомлюють та запам'ятовують структуру доведення, якщо **записують у символічній формі короткий виклад доведення.** Проте: символіка від символіки різниться. Придумати позначення – нескладна справа, але чи воно буде правомірне і набуде широкого застосування, чи буде зрозуміле кожному (останнім часом учасникам навчального процесу пропонується чимала кількість підручників, у свою чергу - авторський стиль викладу матеріалу та введення певної символіки). Символічна мова повинна відігравати підпорядковану роль. Найповніше цій вимозі відповідає **запис словами з використанням** перевіреної часом **традиційної загальновживаної символіки.** Запис словами розвиває і мову, і мислення учнів, а отже наближає той момент, коли вони самі починають міркувати, аналізувати, доводити.

Автори підручників з геометрії для 7 класу для вивчення пропонують теореми та їх доведення у різній послідовності. Скажімо, А.Г.Мерзляк та ін.. спершу пропонують розглянути теорему про єдиність спільної точки для двох прямих, які перетинаються. М.І.Бурда, Н.А. Тарасенкова а також О.С. Істер розглядають теорему про суму суміжних кутів. А.П.Єршова та ін. ознайомлює із теоремою про паралельність двох прямих третій. Ознайомлення учнів із **структурою доведення** варто продемонструвати, використовуючи наступну таблицю. Розглянемо, для прикладу, доведення теореми про суму суміжних кутів:



Дано: $\angle$COB і $\angle$AOB суміжні

Довести: $\angle$COB + $\angle$AOB=180°

Твердження (факт)	Обгрунтування (аргумент)
Промені OA і OC - доповняльні	Умова та означення суміжних кутів
$\angle$AOC - розгорнутий	Означення розгорнутого кута
$\angle$AOC = 180°	Величина розгорнутого кута
Промінь OB проходить між сторонами $\angle$AOC	OB - спільна сторона $\angle$COB і $\angle$AOB
$\angle$AOB+$\angle$COB=$\angle$AOC=180°	Основна властивість вимірювання кутів

На початковому етапі учні також ознайомлюються із **методом доведення від супротивного.** Назва цього методу фактично відображає його суть, яку повинні розуміти школярі. Для цього ж знову необхідно на життєвих прикладах продемонструвати його використання: *Інтерпретацією цього методу слугує* відома логічна задача:

Трьом учням у темній кімнаті одягнули на голови чорні шапки. Перед ними поставили запитання: відгадати, хто у шапці якого кольору, якщо всіх шапок було п'ять, причому дві з них сірі і три чорні. Сірі шапки заховали перед тим, як у кімнаті увімкнули світло. Через деякий час один учень відгадав, що він у чорній шапці. Як він це зробив?

Розв'язання**:** Цей учень міркував так: «Припустимо, що я в сірій шапці, тоді мій сусід зліва буде бачити мене в сірій, а третього учня в чорній шапці. Оскільки сірих шапок дві, то один з моїх товаришів повинен відразу здогадатись, що він у чорній шапці. Але він мовчить, а тому я не можу бути у сірій шапці. Отже, на мені чорна шапка».

Логічною основою методу від супротивного є закон виключення третього: з двох супротивних тверджень одне завжди правильне, друге – неправильне, а третього бути не може [10].

На початковому етапі вивчення геометрії розглядаються ***прямі, обернені теореми***, ***теореми-наслідки***. Якщо у теоремі поміняти місцями умову і висновок, то кажуть, що ми отримуємо обернену теорему. Але необхідно перевірити істинність цієї оберненої теореми. Скажімо, якщо розглянути твердження, обернене до теореми про суму суміжних кутів ми не отримаємо істинне висловлювання. У таких випадках кажуть, що обернена теорема є хибна. Теореми, які випливають безпосередньо з аксіом або теорем, називають ***теоремами-наслідками*** або просто ***наслідками***.

Робота учнів над доведенням (*уміння працювати над доведенням*)

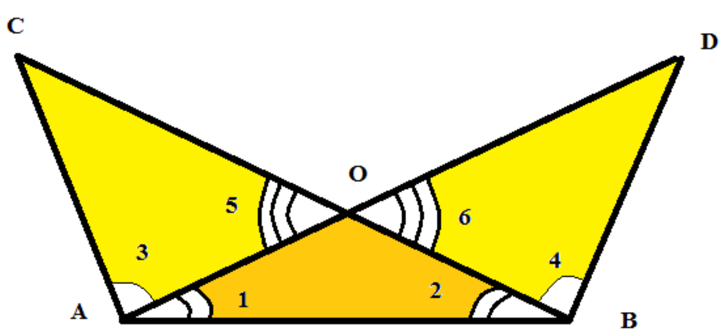
Як показує досвід, не повною мірою приділяється увага розвитку в учнів уміння обґрунтовувати твердження, працювати над доведенням. Іноді, навіть вказавши потрібний аргумент, учні починають його надміру деталізувати, не помічають окремих міркувань, які наводять повторно, як результат доведення перетворюється в своєрідний твір. Тобто формальному у доведенні приділяється значна увага, ніж самому змісту доведення[10]. Це явище свідчить про потенційні можливості учнів, розкриваючи область їх найближчого розвитку, і в цьому плані його можна оцінювати позитивно. Проте, учителя повинна непокоїти відсутність чіткості в міркуваннях учня, *умінь виокремити головне*. Необхідно зосередити увагу учня на змісті доведення, на його структурі. Велику роль у цьому має відіграти *рисунок*. Не простий ілюстративний малюнок, а *рисунок, який є геометричним записом того, що виражається словами* [5]. Рисунок має бути зручним для користування, бути органічною частиною запису того, що дано і що треба довести (знайти). **Все, що можна записати геометрично відображають на рисунку.** Крім рівності сторін і кутів, на ньому позначають числові дані або буквені значення, невідомі величини позначають через ***x, y***… Підготовку рисунка до роботи закінчують тоді, **коли умову задачі повністю розібрано, нанесено на рисунку усі дані і зроблено потрібні позначення**. Потім складають короткий запис того, *що дано і що треба довести.* Найкраще, коли й рисунок лаконічний, і запис умови короткий. Для скорочення запису використовують традиційну загальновживану символіку. Зрозумівши рисунок, учні починають міркувати за рисунком, виконувати різні додаткові побудови, а також аналізувати дані задачі або теореми. Тому. **доведення геометричної задачі без рисунка уявити складно**. Разом з тим у користуванні рисунком є своя особливість. Справді, перехід від абстрактного (мислення) до конкретного (рисунок) учні сприймають легко. А ось зворотній перехід, від конкретного до абстрактного становить для учнів труднощі [10]. Зрозуміло, факти, які «видно» з рисунка потребують обґрунтування.

Увага до чіткості доведення

Доведення мало продумати, його треба зрозуміти, звільнити від усього зайвого, навіть якщо це зайве правильне. Це привчає учнів до чіткості і точності в мисленні, примушує аналізувати написане.

Розглянемо приклад:

Трикутники ABC і BAD рівні. Їх сторони AD і BC перетинаються в точці O. Доведіть, що трикутники AOC і BOD також рівні.



Дано:

ΔABC=ΔBAD

AD і BC перетинаються у точці O

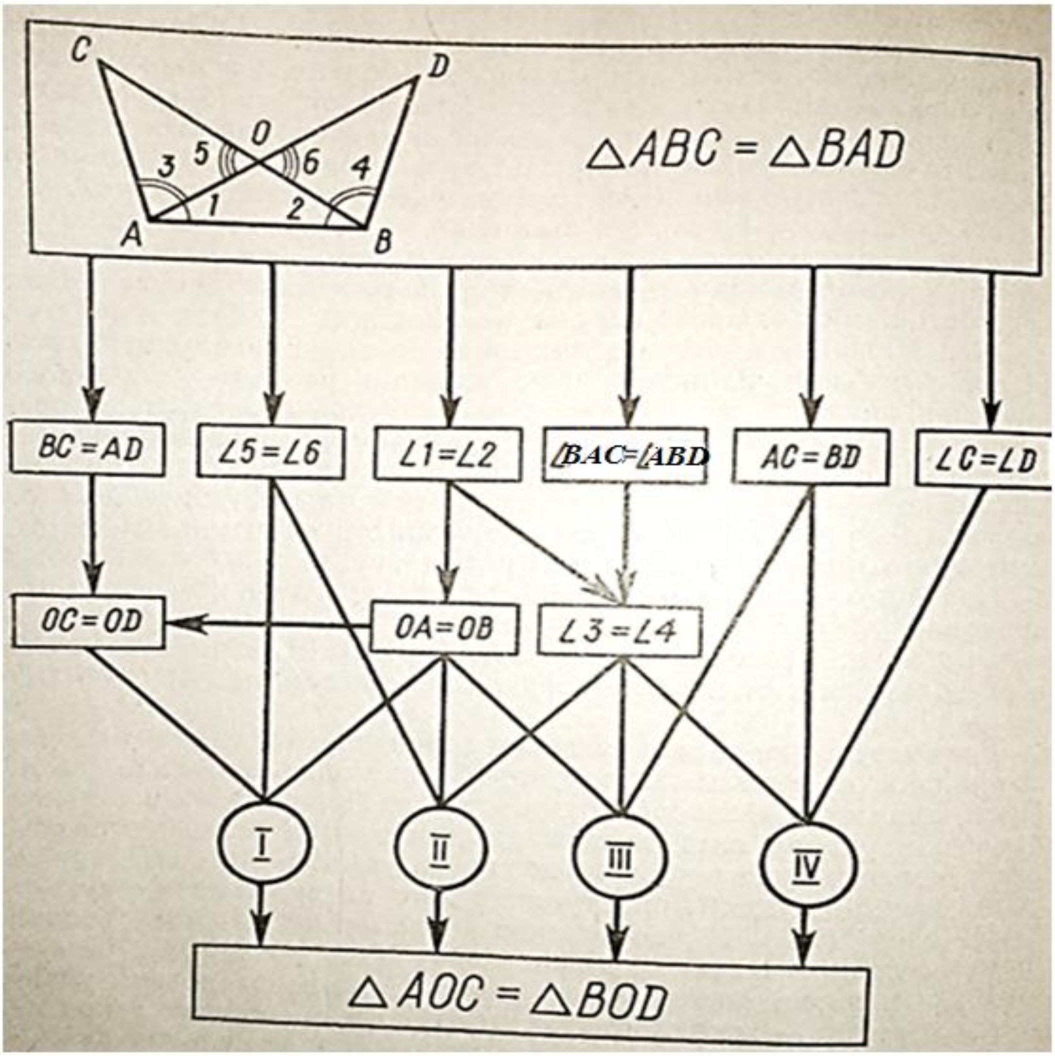
Довести:

ΔAOC=ΔBOD

Доведення:

На схемі представлені чотири розв’язки цієї задачі, пронумеровані римськими цифрами I-IV .

Вгорі в рамці подано умову задачі і рисунок до неї, унизу в малій рамці – висновок. Між умовою і висновком в прямокутниках записано можливі проміжні твердження, які займають шість вертикальних стовпчиків. Стрілками показано, яке твердження з якого випливає (самі аргументи опущено, оскільки їх легко відновити). Отже, подана схема дає можливість наочно побачити, які твердження мають бути обов’язково обґрунтовані для того чи іншого розв’язання, а які з тверджень є для нього зайві [5].



Введення найважливіших математичних понять з огляду їх подання у різних підручниках

Для вивчення геометрії на початковому етапі у 7-му класі учасникам освітнього процесу пропонуються підручники різних авторів. Кожен автор чи авторський колектив подає навчальний матеріал у власному трактуванні. Тому, учителям при викладанні доцільно звернути увагу на різні форми означень геометричних фігур, різні рівні логічної строгості при їх введенні, подані у підручниках, а також проводити аналіз пропонованих концепцій та розсудливо і творчо підходити до подання відповідного матеріалу. У таблиці, до прикладу, наведено **означення кута та кола** з різних сучасних підручників для 7 класу. Робота над такого роду таблицями дозволить учителю математики здійснити аналіз введення певного поняття, побачити, що доцільно зберегти, який підхід логічно стрункіший, яким варто скористатися, враховуючи особистісно орієнтований принцип навчання, дотримуючись мети освітнього процесу та вимог навчальної програми. **Зауважимо, що усі подані означення є правильними.**

автори: А.Г. Мерзляк та ін.	автори: М.І.Бурда, Н.А.Тарасенкова	автори: А.П.Єршова та ін.	автор: В.О.Тадеєв	автор: Г.В.Апостолова	автор: О.С.Істер
На рисунку зображено фігуру, яка складається з двох променів ОА і ОВ, що мають спільний початок. Ця	**Кутом** називається геометрична фігура, утворена двома променями зі спільним початком.	**Кутом** називається геометрична фігура, що складається з двох променів (сторін кута), які виходять із	Два промені із спільним початком утворюють фігуру, яка називається **кутом.** Спільний початок	**Кутом** називають частину площини, що обмежена двома променями, які виходять з однієї	***Кут*** — це геометрична фігура, яка складається з двох променів, що виходять з однієї

фігура ділить площину на дві частини, які виділені різними кольорами. Кожну із цих частин разом із променями OA і OB називають **кутом.**		однієї точки (вершини кута)	променів називається *вершиною* кута, а самі промені – його *сторонами.*	точки. Промені, що обмежують кут називають *сторонами* кута, а точку, з якої вони виходять – *вершиною* кута.	точки.
Колом називають геометричне місце точок, відстані від яких до заданої точки дорівнюють даному додатному числу.	**Колом** називається геометрична фігура, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки. Ця точка називається центром кола.	**Колом** називається геометрична фігура, що складається з усіх точок площини, віддалених від даної точки (центра кола) на однакову відстань.	**Колом** називається сукупність (або множина) усіх точок M площини, віддалених від даної точки O цієї площини на однакову відстань R.	**Колом** називають геометричне місце точок площини, рівновіддалених від заданої точки.	**Колом** називають геометричну фігуру, яка складається з усіх точок площини, рівновіддалених від даної точки.

Обираючи означення, з яким ознайомлюємо учнів пам'ятаємо, що до формулювання ставиться низка вимог[10]:

1. Відсутність «порочного» кола. Поняття, яке означається не повинно явно чи неявно міститись у тому понятті, через яке воно означається.
2. Відсутність омоніма. Це означає, що кожний термін (символ) має траплятися не більше одного разу як такий, що відповідає означуваному поняттю.
3. Означення не повинно містити означуваних понять, які ще не означались.

Привернемо увагу до поняття кута на первинному етапі вивчення. ***Кут*** як математичний термін використовується для позначення кількох різних понять:

1) фігура, складена з двох променів із спільним початком;

2) частина площини, обмежена двома променями зі спільним початком.

Тим самим словом «кут» називають і

3) міру кожної такої фігури.

Звідки походить слово «кут»? ***Це слово українське***, занесли його до нас чорні клобуки (чорними клобуками називали чоловіків південних степів, які ходили в чорних клобуках (шапках). Згодом вони селились між слов'янськими племенами, спілкувались кілька століть. В результаті злиття генів, мов, культур і з''явились у нашій мові слова: *кобза, кобзар, майдан, кавун* і слово *кут*. Спочатку воно означало деяку місцевість: куток села, куток хати, куток поля. До того часу, як села не мали вулиць, вони поділялись на кутки. У Західній Україні є велика територія, яка називається Покуттям, і в кожній селянській хаті було *покуття*. Згодом з'явилась назва *хутір*, вона також пов'язана зі словом *кут*. За Великого князівства Литовського колишні кочівники утворювали хутори, а словом *кут* стали позначати частину поля, лісу, села, частину хати. Звідти й походить математичний термін – *кут*. Необхідно навести учням приклади застосування кутів в практичній діяльності людині, в життєвих ситуаціях.

Взаємне розташування прямих на площині

З шостого класу учні ознайомлені з перпендикулярними та паралельними прямими, володіють навиками їх побудови за допомогою косинця та лінійки. На початковому етапі вивчення геометрії розглядаються властивості паралельних прямих. Вивчення паралельних прямих перед вивченням трикутників дає можливість органічно побудувати геометрію в 7 класі. ***Паралельність прямих*** – одна з найважливіших тем геометрії. Вона на межі абсолютної геометрії і геометрії Евкліда (або неевклідових геометрій). Ознака паралельності прямих (достатня умова) – остання теорема абсолютної геометрії, а обернена їй (необхідна умова) – перша теорема евклідової геометрії. З неї випливають майже усі наступні теореми шкільної геометрії: про суму кутів трикутника, теорема Фалеса, Піфагора, численні наслідки з них, зокрема властивості паралелограмів, паралельних перенесень, векторів, декартової системи координат, формул тригонометрії тощо. Окрім цього, паралельність прямих є *відношенням*. Вивчення суміжних та вертикальних кутів та їх властивостей за змістом є близьким до вивчення паралельності прямих. Поняття суміжних та вертикальних кутів є також *відношення*. У сучасній математиці відношення відіграють важливу роль. Із відношеннями учні знайомляться впродовж усього вивчення математики, зокрема, це рівність фігур, перпендикулярність і паралельність фігур, подібність фігур, функції, відношення між множинами і т. д.

При перетині двох прямих третьою насамперед розглядаються внутрішні різносторонні, внутрішні односторонні та відповідні кути. Привертається увага учнів саме до цих пар кутів, оскільки отримані відомості сприятимуть, у подальшому, кращому розумінню та засвоєнню геометричних знань.

Дві базові фігури елементарної геометрії: трикутник і коло

На початковому етапі вивчення геометрії насамперед учні поглиблюють знання про елементарні геометричні об'єкти (точка, пряма, промінь, відрізок, кут) та ознайомлюються із найважливішими властивостями базових фігур елементарної геометрії (трикутник та коло). **Трикутник** – одна з найважливіших геометричних фігур. Кожний многокутник можна розділити на трикутники, тому в геометрії трикутники – наче цеглини у будинку. Над дослідженням властивостей трикутника працювали майже 25 століть найвідоміші математики. **Трикутник** – найпростіший многокутник, **коло** – є простою плоскою кривою другого порядку. Між трикутником і колом розміщені усі можливі многокутники, які вивчаються у школі. Трикутник – простий і наочний, а отже доступний розумінню всіх учнів. Іншого такого геометричного об’єкту, який, з одного боку, був би простим для вивчення, а з другого - широкодоступним й ефективним засобом побудови усього курсу шкільної геометрії, очевидно, не має. З іншого боку, коло – фігура більш «первинна», ніж трикутник. Пряму можна розглядати як коло безмежного радіусу. Трикутник є складнішим об’єктом, оскільки описується рівнянням третього порядку. На первинному етапі вивчення геометрії суттєва частина часу приділяється саме вивченню трикутників та кіл і поєднанню цих фігур. У темі «Трикутники» найважливішими є теорема про суму кутів трикутника та ознаки рівності трикутників. Під час вивчення даної теми розглядається окремий вид трикутників – прямокутний. Учні ознайомлюються з його елементами та властивостями.

Трикутник і коло задають два важливих методи геометрії. З трикутником поєднаний «метод ключового трикутника». В об’єкті, що вивчається виокремлюється один чи декілька трикутників, до дослідження яких зводиться дана задача. Можна стверджувати, що таким способом розв’язується більшість геометричних задач. З колом поєднано ряд технічних прийомів і методів, зокрема «метод допоміжного кола». Більшість складних задач – це задачі про коло. У багатьох геометричних задачах коло, не задане в умові з’являється в ході розв’язання. Як стверджував відомий методист І.Ф. Шаригін «Трикутник – це клітинка геометрії, коло – її душа».

Основна методична задача на початковому етапі вивчення геометрії - – зацікавити учнів, нівелюється «сухим» теоретичним матеріалом. Тому, під час ознайомлення, зокрема із трикутниками, колом доцільно використати історичні відомості, цікаві факти, задачі, малюнки. Релігія стверджує, що трикутник – це символ Бога, «яко верховного геометра». Згідно з біблійними твердженнями, Бог – триликий (Бог – син, Бог - отець, Бог – святий дух). І тому не лише трикутник, але й число 3 вважають священним. Трикутник - символ тріади, символ святої Трійці, вогню, прагнення до вдосконалення. Він міг символізувати воду, дощову хмару, богиню неба. Його символіка відповідає символіці числа 3. Трикутник з основою внизу символізує вогонь і потяг до небесних сил. Трикутник з вершиною донизу символізує воду. Два такі трикутники при накладанні один на один утворюють шестикутну зірку - символ людської душі.

Варто привернути увагу учителів на підходи авторів чинних підручників до класифікації трикутників, зокрема за сторонами. У підручниках авторських колективів А.Г.Мерзляка., а також А.П.Єршової зауважено, що рівносторонній трикутник є окремим видом рівнобедреного трикутника**.** У підручнику О.С.Істера розглядається наступна вправа *(№338*):

Чи правильні твердження:

1) будь‑ який рівносторонній трикутник є рівнобедреним;

2) будь‑ який рівнобедрений трикутник є рівностороннім?

Зрозуміло: учні повинні усвідомлювати, що кожний рівносторонній трикутник є водночас рівнобедреним.

Відомий методист, математик З.І. Слєпкань наголошувала, що, якщо в основу класифікації трикутників покласти співвідношення між сторонами, то **множину трикутників можна поділити на дві підмножини: різносторонні трикутники і рівнобедрені трикутники.** *Поділ трикутників за співвідношенням сторін на різносторонні, рівнобедрені та рівносторонні є логічно некоректним*.

Необхідно також зауважити учням, що слово **«коло» - давнє українське слово**. Від слова «коло» в нашій мові є немало похідних слів: колія, колобок, колісниця, колобродити, коловертка. Таким самим словом є й прийменник «коло». Від нього походять довкола, навколо, довкіл. У значній кількості прислів'їв, приказок згадується коло:

- Ой зійди, зійди ясен місяцю, як млинове коло…»
- «Коло млина, коло броду два голуби пили воду…»

Колом наші предки називали і бога Сонця.

Термін «коло» тісно пов'язаний з найдавнішими нашими предками сколотами, греки їх називали скіфами-орачами. Раніше нерідко ототожнювали поняття коло і круг. Тепер ми розрізняємо коло і круг. Видатний український математик М. А. Чайковський у своєму словнику про коло і його елементи пише так: «Коло – це геометричне місце точок, рівновіддалених від однієї постійної точки, осередка кола».

Система задач

Геометричні уміння, геометричний розвиток оцінюється в першу чергу через уміння роз'язувати задачі. Засвоєння поняття і його використання одне від одного невіддільні. Більше того, активне використання понять – найвища форма засвоєння. Досягають цього не відпрацюванням, а різноманітними практичними вправами, завданнями компетентнісного змісту, які розкривають поняття з усіх боків і в зв'язку з іншими поняттями, в їх взаємному проникненні. Варто зрозуміти та засвоїти не тільки означення, а й властивості, всю різноманітність зв'язків з іншими поняттями. Засвоєння в процесі розв'язування задач цілком реальне, оскільки проблемна ситуація чи нова пізнавальна інформація спонукають учнів до міркувань, кращого сприйняття та усвідомлення навчального матеріалу. Також важливо акцентувати увагу учнів на вправах, призначених не тільки для застосування навчального матеріалу, а й для подальшого вивчення предмету. Уміле використання вправ (**опорних задач, зокрема задач на дослідження**) дає значний ефект для стимулювання навчальної діяльності школярів, є передумова успішного засвоєння предмету.

Виділяють основні функції математичних задач:

навчальна – спрямована на формування в учнів не лише системи знань, умінь та навичок , але й уміння їх застосування та оволодіння предметними компетентностями;

виховуюча – спрямована на формування в учнів наукового світогляду, пізнавального інтересу, розвитку позитивних рис особистості (наполегливості, волі, відповідальності…);

розвивальна – спрямована на розвиток мислення школярів, на формування прийомів розумових дій та прийомів розумової діяльності, просторових уявлень;

контролююча – спрямована на встановлення навченості, рівня загального і математичного розвитку, рівня засвоєння начального матеріалу та сформованості предметних компетентностей.

З огляду на завдання оновленої навчальної програми з математики варто виокремити також **компетентнісну функцію задач –** спрямовану на формування **досвіду практичного застосування отриманих знань і вмінь**; розвитку природного математичного бачення та інтуїції, набуття первинних навичок і вмінь несуперечливо, обґрунтовано й доказово міркувати. З огляду на таку постановку цілей, значно зростає роль перевірки та оцінювання різного роду компетентностей, отриманих на уроках. Зростає роль та місце сюжетних задач, де учням пропонується певна життєва ситуація, учасниками якої можуть бути вони самі та пошук шляхів її розв’язання.

Залежно від вимоги поставленої в завданні, розрізняють задачі на обчислення, доведення, побудову і дослідження. Змістом оновленої навчальної програми з математики розділ «Задачі на побудову» передбачено для вивчення на рівні ознайомлення з основними побудовами. Специфіка задач на побудову передбачає здійснення аналізу, пошуку шляхів розв’язання, використання набутих теоретичних знань саме на практиці.

Розглядаючи на початковому етапі вивчення задачі на побудову, учням потрібно пояснити суть термінів «побудувати точку», «побудувати пряму», «дано точку», «дано пряму». Точка (пряма) вважається побудованою, якщо накреслено її умовне зображення. Вираз «дано точку» - означає, що точка побудована. «Дано фігуру» - означає, що фігура побудована; фігуру, яку треба побудувати, називають шуканою. Побудувати фігуру - це значить накреслити її, застосовуючи креслярські інструменти. Суть цих термінів треба пояснювати послідовно при розв'язуванні задач, але не завчати. Перші задачі на побудову нескладні і часто учителі не приділяють до них уваги, а це приводить до нівелювання розвитку геометричного мислення, що дуже важко потім ліквідувати. Умови перших задач по геометрії не треба записувати в зошити, треба, щоб учні відразу ж виконували побудови.

До прикладу:

1. Побудувати точку, позначити її буквою. Скільки точок можна побудувати на площині?
2. Побудувати точку і провести через неї пряму. Скільки прямих можна провести через неї? Побудувати через цю точку ще три прямі.

Задачі на побудову розглядаються також на початковому етапі вивчення алгебри, зокрема під час побудови графіків лінійної функції, у подальшому – при побудові діаграм, перерізів многогранників тощо.

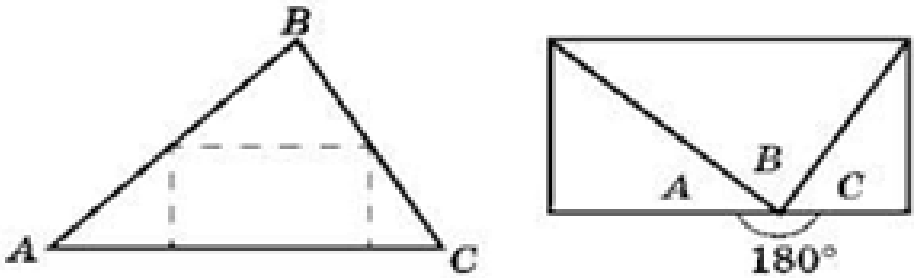
Звертаємо увагу на доцільності використання під час вивчення геометрії, зокрема на початковому етапі, **задач за готовими малюнками**, що насамперед переконує учнів у необхідності виконання малюнка як допоміжного засобу для знаходження розв'язку геометричної задачі. Доцільно у практичних цілях використовувати **тестові завдання**.

Використання техніки оріґамі під час викладання геометрії

Оріґамі мистецтво складання паперу. Метою цього мистецтва є створення витворів шляхом використання схеми геометричних згинів і складок. Термін *оріґамі* відноситься до всіх типів складання паперу, а не тільки японських зразків.

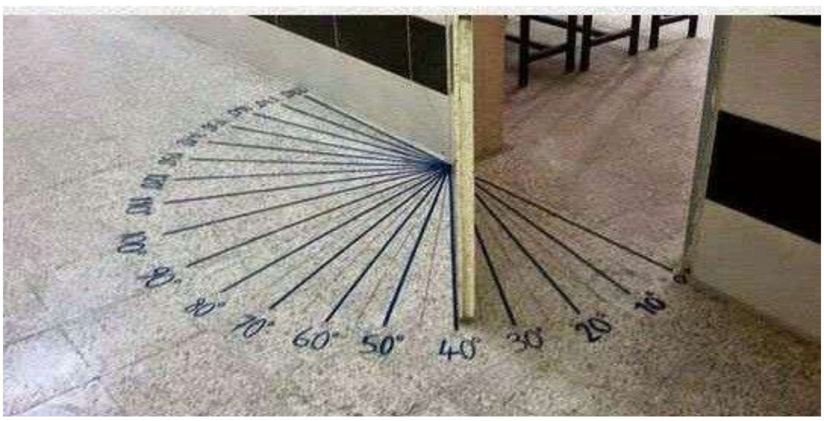
Нагадаємо, що наочність сприяє утворенню ясних і точних образів сприймання і уявлення, полегшує учням перехід від сприймання конкретних предметів до сприймання абстрактних понять про них шляхом виділення і словесного закріплення спільних суттєвих властивостей понять. У дослідженнях психологів показано, що позитивний вплив наочності визначається низкою умов. Серед них правильне поєднання слова вчителя і наочності, врахування вікових та індивідуальних особливостей учнів, спеціальне *навчання учнів вмінню бачити наочний матеріал*. Треба зосередити увагу учнів на тому**,** *що саме в даному наочному матеріалі слід виділити, порівняти, мисленнєво перетворити.*

Доцільно використовувати паперові макети трикутників під час вивчення тем: «Рівність трикутників», «Ознаки рівності трикутників», «Висота, медіана, бісектриса трикутника», «Сума кутів трикутника», «Зовнішній кут трикутника» тощо. Корисно, коли учень самостійно, використовуючи паперовий трикутник, методом згину проведе медіану, бісектрису, покаже висоту. На рисунку подано використання методу оріґамі до доведення теореми про суму кутів трикутника:



Мистецтво оріґамі сприятиме формуванню просторового мислення школярів, забезпечить мотивацію до геометрії, спонукатиме учнів до її вивчення.

Наочність під час викладання забезпечить також нестандартне оформлення навчального кабінету, до прикладу:



Особливості викладання алгебри на початковому етапі вивчення

Вступні зауваги. Алгебру часто називають "арифметикою семи дій". При цьому мають на увазі, що до чотирьох загальновідомих математичних операцій вона додає три нові: піднесення до степеня, добування кореня та логарифмування. І якщо спочатку **алгебра** була вченням рівнянь, то у XX столітті вона перетворилася на *науку про операції та їх властивості*. Основне завдання алгебри - вивчення властивостей операцій розглянутих незалежно від об'єктів, до яких вони застосовуються.

Навчальна програма з алгебри для базової школи містить питання і з інших розділів: арифметики (числові множини, дії над дійсними числами), математичного аналізу (функції, графіки), тощо.

Відповідно до оновленої навчальної програми на початковому етапі вивчення алгебри у 7 класі передбачено вивчення тем:

- цілі вирази;
- функції;
- лінійні рівняння та системи лінійних рівнянь з двома змінними.

Основними завданнями є: формування умінь виконання тотожних перетворень цілих виразів, розв'язування лінійних рівнянь та їх систем, введення фундаментального поняття – функції, ознайомлення із лінійною функцією, її графіком, а також графіками лінійного рівняння та системами двох лінійних рівнянь з двома змінними [9]**.**

Вивчення курсу алгебри розпочинається з розгляду теми «Цілі вирази», де передбачено здійснення учнями тотожних перетворень цілих виразів, зокрема їх спрощення, доведення тотожностей; виразів, які містять степені, дії над одночленами та многочленами, розклад многочленів на множники тощо. Учні повинні зрозуміти ідею тотожних перетворень, оволодіти уміннями і навичками їх виконання. У процесі вивчення передбачено засвоєння поняття тотожності, застосування апарату тотожних перетворень при доведенні алгебраїчних теорем, розв'язання рівнянь, побудови графіків функцій. Перетворення в курсі алгебри розподіляються на два класи:

1) тотожні перетворення виразів;

2) рівносильні перетворення – перетворення формул.

Взагалі *всі операції початкової алгебри – це перетворення виразів на тотожно рівні їм.* Поняття тотожних перетворень виразів пояснюється описово на прикладах. Досвід показує, що поняття тотожно рівних виразів і тотожних перетворень виразів недоцільно розривати. Природніше ці поняття вводити на одному уроці. Поняття і відповідне означення тотожності доцільно ввести на наступному уроці.

Виклад теоретичного матеріалу при вивченні тотожних перетворень займає значно менше часу, ніж відпрацювання умінь і навичок. Важливим методом формування навичок тотожних перетворень є письмові і усні вправи, їх послідовність у застосуванні.

Формули скороченого множення

Формулами скороченого множення прийнято називати найпростіші (при *n=2* і *n=3*) випадки формули бінома Ньютона:

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + ... + nab^{n-1} + b^n$$

і формули

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + ... + ab^{n-2} + b^{n-1}) .$$

Згідно програми формули вивчаються у такій послідовності: формули квадрата двочлена, різниці квадратів, суми і різниці кубів. Але не всі методисти визнають таку послідовність вдалою. Краще починати вивчення формул скороченого множення не з формули квадрата двочлена, а з «різниці квадратів». Оскільки пояснити термін «формули скороченого множення» найдоцільніше через формулу: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$. Якщо починати з формули «квадрата двочлена» зазначене пояснення проілюструвати значно складніше. Легше продемонструвати також і її практичне застосування. Скажімо:

$50{,}5^2 - 49{,}5^2 = 1 \cdot 100 = 100$. Формула «різниці квадратів» простіша від «квадрата двочлена», її легше формулювати та застосовувати. Не дивно, що багато авторів нових підручників відступають від традиційної послідовності та починають саме з вивчення формули «різниці квадратів».

Формулу «квадрат суми» можна вивести безпосереднім множенням. Важливо, щоб учні уміли словесно читати формулу, проте акцентуємо увагу на наступному: коли учень правильно записує формулу, але помиляється, читаючи її словами, - це краще, ніж коли добре читає, але неправильно записує [6]. Вивівши дану формулу, учитель повинен допомогти учням запам'ятати її тут же на уроці. Для цього пропонуємо:

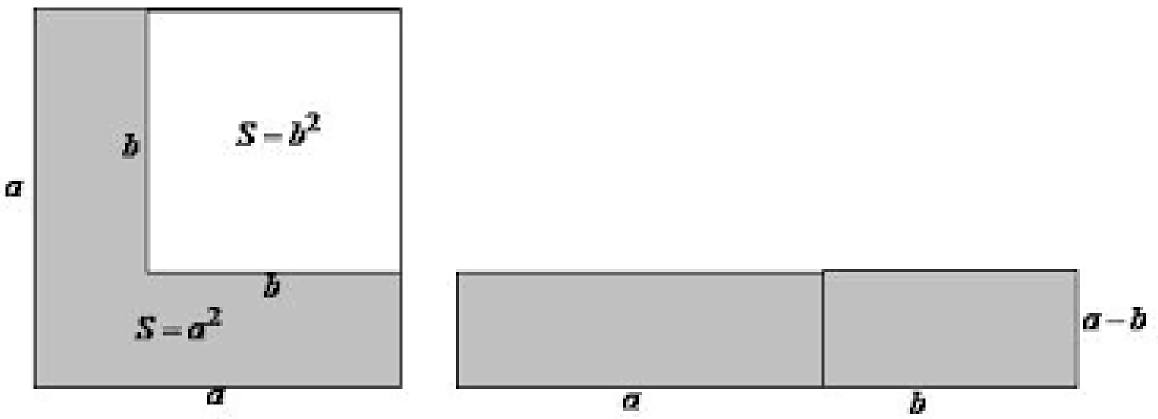
- Уважно подивіться на цю формулу, щоб коли я її зітру, ви змогли її написати.

Зітерти запис з дошки і запропонувати комусь з учнів відтворити напис та продиктувати його. Варто учням подати запис у вигляді:

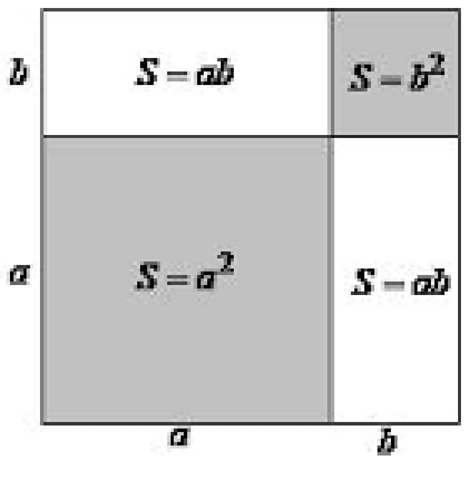
$$(\Delta + \mathrm{O})^2 = \Delta^2 + 2 \cdot \Delta \cdot \mathrm{O} + \mathrm{O}^2 .$$

Доцільно показати і геометричні інтерпретації формул скороченого множення для зручності використавши цупкий папір.

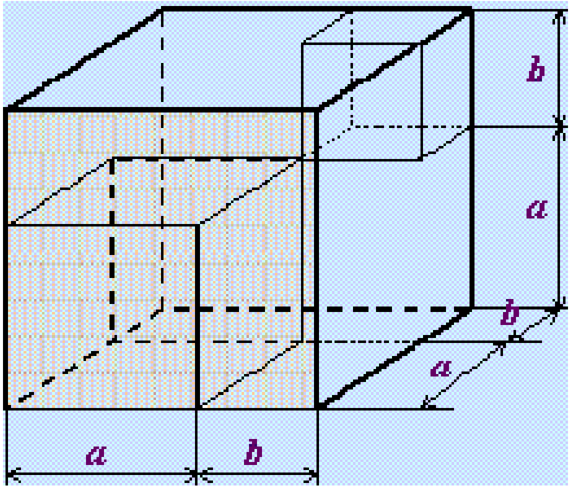
Для «різниці квадратів»:



Геометрична ілюстрація формули «квадрата двочлена»:



Візуалізація формули «куб двочлена»:



Вивчення лінійних рівнянь та їх систем

Змістовну лінію рівнянь необхідно проводити протягом усього навчального року, поступово ускладнюючи в міру того, як з'являються нові уміння у виконанні тотожних перетворень виразів. Учні у 7 класі ознайомлюються із поняттям лінійного рівняння з одним невідомим через його загальний вигляд $ax = b$ і досліджують питання кількості коренів залежно від коефіцієнта ***a*** і вільного члена ***b***. В очікуваних результатах навчально-пізнавальної діяльності учнів, передбачених чинною навчальною програмою з математики зазначено, що учень повинен пояснити скільки розв'язків може мати система двох лінійних рівнянь з двома змінними. Доречно розглянути спочатку кількість розв'язків лінійного рівняння з однією змінною та від чого це залежить. Інакше кажучи, на початковому етапі учень повинен уміти *досліджувати лінійне рівняння*. Оскільки учні вперше знайомляться з дослідженням розв'язування рівнянь у загальному вигляді, то узагальнені висновки варто подати у вигляді таблиці [6]:

Значення a i b	**a ≠ 0**	**a = 0; b = 0**	**a = 0; b ≠ 0**
Корені рівняння ax = b	$x = \frac{b}{a}$	*x – будь-яке число*	*коренів немає*

Автори окремих підручників акцентують увагу на назвах коефіцієнта ***a*** і вільного члена ***b,*** подаючи їх як параметр, інколи без вживання даного терміну. Роблять певні узагальнення щодо кількості розв'язків рівняння залежно від параметру. Насамперед потрібно пояснити учням, чим невідома змінна (значення якої їм потрібно знайти) відрізняється від параметра (хоча його значення також невідоме, однак його вважають даним, воно може набувати будь-якого значення, але у ході розв'язування заданого рівняння залишається незмінним) [6] . Звертаємо увагу на домовленість (суто умовну) зазвичай останніми буквами латинського алфавіту позначати змінні, а першими - параметри (у шкільних підручниках здебільшого вказують яка буква позначає параметр) [4]. Учні повинні зрозуміти, що розв'язування рівнянь з параметрами ґрунтується на таких принципах[7] :

- ✓ усю множину можливих значень параметра слід розбити на підмножини, у кожній з яких для розв'язування заданого рівняння можна використати один і той самий алгоритм;
- ✓ коли виявлено, що для певної множини значень параметра «поведінка» рівняння однакова, то для подальшого розв'язування рівняння на цій множині букву, якою позначено параметр можна трактувати як постійну величину з постійними властивостями й відповідно виконувати перетворення виразів, до яких вона входить;
- ✓ якщо виявляється, що для розв'язування рівняння потрібні перетворення, які різняться залежно від значень параметра, то потрібно продовжити поділ множини можливих значень параметра на підмножини так, щоб для кожної з них перетворення рівняння виконувались однаково.

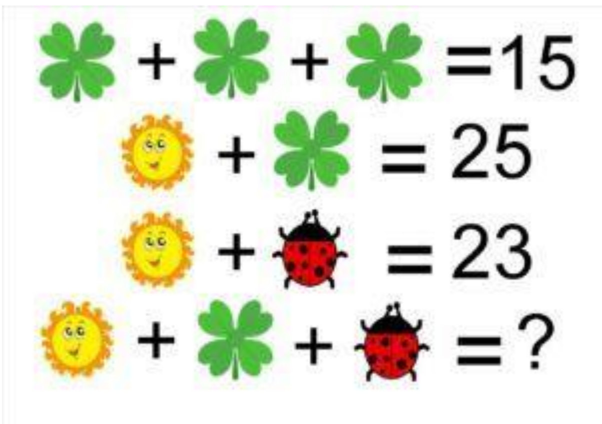
Варто навести учням приклад рівняння з параметрами, яке не потребує розгляду окремих випадків, тобто задані у рівнянні параметри можуть набувати будь-яких значень. Наприклад: $\boldsymbol{a+x=b}$. Звідки розв''язок рівняння: $\boldsymbol{x=b-a}$ для будь-яких значень $\boldsymbol{a}$ і $\boldsymbol{b}$.

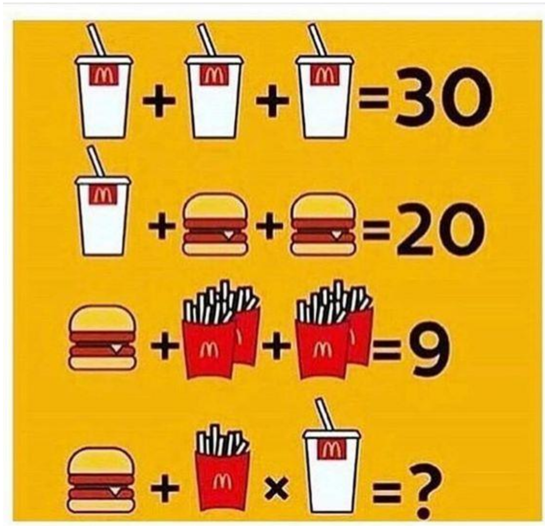
Для розв'язування вправи з параметром, наприклад: *при якому значенні а рівняння ах=9 має один корінь* насамперед пригадуємо, що лінійне рівняння може мати один корінь, безліч коренів і не мати коренів. Тобто для розв’язування рівняння необхідно **знайти та відкинути значення параметру *a***, при яких рівняння матиме безліч коренів або не матиме жодного кореня. Розв’’язок даного рівняння $x=\frac{9}{a}$. Оскільки ***b***=9 та ***b***≠0, то отримати безліч коренів для заданого рівняння не є можливим, при ***a*** = 0 – рівняння не матиме жодного кореня, отже: якщо **а** ≠ 0 рівняння ***ax=9*** має один корінь.

Наступним етапом при вивченні рівнянь є розгляд лінійних рівнянь з двома змінними. Необхідно звернути увагу на відмінність між рівнянням із двома змінними та рівнянням з однією змінною та параметром. Для розрізнення необхідно керуватись змістом текстової частини поставленого завдання. Для розв’язання рівняння з двома змінними необхідно знайти усі розв’’язки у вигляді пар змінних, а рівняння з параметром потребує знаходження всіх розв’язків у вигляді значень однієї змінної залежно від значення параметру [6].

До поняття системи лінійних рівнянь з двома невідомими учнів підводять після розгляду лінійного рівняння з двома змінними та його графіка. Зауважуємо, що з даним поняттям учні зустрічаються вперше. Почати найкраще з розгляду текстової задачі (реальної життєвої ситуації), з якої одержуються два лінійних рівняння з двома змінними. Щоб відповісти на питання задачі доведеться відшукати такі два значення невідомих, які перетворюють на правильну числову рівність кожне з одержаних рівнянь. *Для прикладу задача*: За один зошит та дві ручки Оленка заплатила 25 грн, а Андрійко купив 3 таких зошити та одну таку ж ручку та заплатив 30 грн. Знайдіть вартість одного зошита та однієї ручки. Мова йтиме про математичну модель даної умови, тобто про систему двох лінійних рівнянь з двома змінними. Перша змінна, позначимо ***x*** *грн* – вартість одного зошита, другу змінну подамо як ***y*** *грн* – вартість однієї ручки. Отримуємо два рівняння з двома змінними: $x+2y=25$ та $3x+y=40$. Означення системи не вводять, але пояснюють на розглянутому прикладі, що в таких випадках кажуть: одержані під час розв’язування задачі рівняння утворюють систему рівнянь. Вводиться форма запису системи (фігурні дужки) і формулюється означення розв’язку системи двох рівнянь з двома змінними. Зауважуємо на необхідності привернення уваги учнів до фігурної дужки. Її зображення, змісту, призначення. Цікавим для школярів буде і походження слова «дужка». Слово «дужка» походить від слова «дуга». Дуга ж походить від старослов’янського «дяга». Говорили про дугу веселки, дужку відра, дугу – як частину кінської упряжі. Отож, фігурну дужку у математиці використовують для знаходження спільного у тому, що вона об’єднує.

Цікавими прикладами до вивчення систем лінійних рівнянь, що містять невідомі, слугують наступні малюнки:





У випадку системи двох лінійних рівнянь з двома змінними мова йде про знаходження спільного розв’язку цих рівнянь. Для наочності спільного розв”язку системи лінійних рівнянь необхідно використати графічну інтерпретацію. Графічна інтерпретація дозволяє не розв’язуючи задану систему з”ясувати скільки розв’язків вона матиме.

Введення поняття функція

За чинною навчальною програмою поняття функції і відповідне означення явно вводиться на початковому етапі вивчення алгебри у 7 класі. У курсі ж арифметики здійснюється *функціональна пропедевтика*: учням зазначається як змінюється сума від зміни доданків, як змінюється значення дробу від зміни його членів, як змінюється площа прямокутника від зміни його сторін; школярів ознайомлюють з найпростішими таблицями, стовпчастими діаграмами, частіше вживаються терміни «змінюється», «залежить», «відповідає» тощо. До функціональної пропедевтики відносять теми «Вирази, що містять змінні. Числове значення виразу», «Координатна площина», «Приклади графіків залежностей між величинами». *Загалом в учнів повинно бути сформоване первісне розуміння поняття числової функції як* ***певної відповідності*** *між числовими значеннями двох змінних, насамперед величин*. Варто привернути увагу учнів до поняття величини. Досвід показує, що не усі учні добре розуміють це поняття. Бажано розкрити його зміст на конкретних прикладах. Ми часто чуємо такі слова, як відстань, час, вага, об'єм, ціна, площа і т.д. Усе це величини. Різні науки мають справу з різними величинами. Наприклад, вага, швидкість, температура, тиск, напруга - фізичні величини. Площа, довжина, об'єм – геометричні величини. Кожну величину можна виміряти. Колір – не величина, його нічим не вимірюють. Відрізок, піраміда, годинник, термометр – теж не величини. Величина – це те, що можна виміряти, що може мати числові значення [11]. Величиною є довжина відрізка, а не сам відрізок. *Поняття величини найдоцільніше пригадати учням перед розглядом питання про пропорційність величин*. До функціональної пропедевтики також відносять вивчення прямої та оберненої пропорційності. *Через поняття прямої пропорційної залежності зручно перейти до поняття функції* [11]. Варто зауважити учням, що величини бувають сталі і змінні. Величина називається сталою (постійною), якщо в умовах даного дослідження вона зберігає одне й те ж саме значення. Величина називається змінною, якщо в даному процесі або дослідженні вона набуває різних значень. Наприклад, під час руху автобуса відстань від селища, з якого він виїхав до міста зменшується; пройдений шлях - збільшується, кількість пального – зменшується, а довжина автобуса – не змінюється [11]. У даному прикладі відстань, яку долає автобус та кількість пального – величини змінні, а довжина автобуса – величина стала. Дві змінні величини часто бувають пов'язані між собою так, що зміна однієї викликає зміну іншої. В цьому випадку говорять, що між величинами існує залежність. Таку залежність можна зустрічати в реальних життєвих ситуаціях. Як приклад, можна пригадати українські прислів’я та приказки, у яких зазначено залежність між двома величинами:

Більше свічок – більше світла.

Чим далі в ліс, тим більше дров.

Без труда нема плода.

Земля-трудівниця аж парує, та людям хліб готує.

Багато снігу — багато хліба.

Де багато пташок, там нема комашок.

Знання робить життя красним.

Хто знання має, той мур зламає.

Розум — скарб людини.

Наведемо також приклади функціональної залежності: залежність значення периметру квадрата від значення довжини його сторони, залежність суми грошей, покладеної у банк на депозит від кількості років; залежність температури повітря від часу доби та ін. Аналіз навчально-методичної літератури для шкіл свідчить про різні підходи тлумачення поняття функції [10]. Зокрема, *функція означається* як:

У класичному напрямі	**На теоретико-множинній основі**
1. змінна величина, числові значення якої змінюються залежно від числових значень іншої змінної величини;	1. означається не сама функція, а лише функціональна ситуація;
2. закон (правило), за яким значення залежної змінної величини змінюються за зміни незалежної змінної;	2. закон відповідності між певними множинами;
3. відповідність між значеннями змінних величин;	3. відповідність або відношення між певними множинами;

Загалом, у більшості сучасних підручників подано означення функції характерне для класичного напряму. До такого тлумачення функції учні підготовлені життєвим досвідом і легше його сприймають. Однак зауважимо на **основну мету вивчення функцій** згідно вимог чинної навчальної програми – сформувати уявлення про функції як математичні моделі залежності між величинами і об'єктами будь- якої природи. Під час формування загального поняття функції важливо використати приклади залежностей, що задаються різними способами (за допомогою формули, графіка, таблиці або описово). Оскільки функція вважається заданою, коли вказано спосіб залежності між змінними і область визначення функції, то природно, розглядаючи приклади, ввести поняття області визначення та області значень функції. *Якщо загальне поняття функції вводиться через поняття змінних, якими можуть бути об'єкти будь-якої природи, а не лише величини, корисно навести приклади і такого характеру, хоч надалі учні матимуть справу з числовими функціями* [11].

Приклад: Учні 7 класу чергують у класі протягом лютого. Кожному дню лютого, в який відбуваються заняття, відповідає певний черговий. Чергові призначаються в тому порядку, в якому розташовані прізвища учнів в класному журналі.

Варто зауважити, що областю визначення функції у наведеному прикладі є множина днів лютого, в які відбуваються заняття школярів, а областю значень – множина учнів, які призначаються черговими.

На даному етапі навчання доцільно ввести символ $y = f(x)$ для позначення будь-якої функції, у тому числі наведеної вище. Корисно навести приклади, які не є функціями. Доцільно звернути увагу учнів на те, що термін «функція» вживається для позначення двох понять: функціональної залежності і залежної змінної.

Треба приділити достатню увагу вправам на відшукання значень функції за даними значеннями аргументу й оберненій задачі – обчислення значень аргументу, яким відповідає дане значення функції для різних способів її задання.

Найефективніше при вивченні різних видів числових функцій використовувати наступну методику [4].

Методична схема вивчення окремих видів функцій:

1. Розглядаються приклади залежностей, які приводять до даного виду функції.
2. Формулювання означення функції, що вводиться. Розв”язування усних вправ на підведення під поняття функції, що вивчається. Серед пропонованих функцій мають бути й такі, що не належать до розглядуваного виду.
3. Побудова по точках по заздалегідь заготовленою таблицею графіка функції і «читання» по ньому властивостей функцій.
4. Застосування властивостей вивченої функції, зокрема, до розв’язування рівнянь, нерівностей та інших задач.

Дану методичну схему зручно застосувати при ознайомленні учнів з лінійною функцією, зокрема на етапі мотивації розглянути приклади різних відомих учням залежностей, попередньо вивчених на уроках фізики, зокрема[11] :

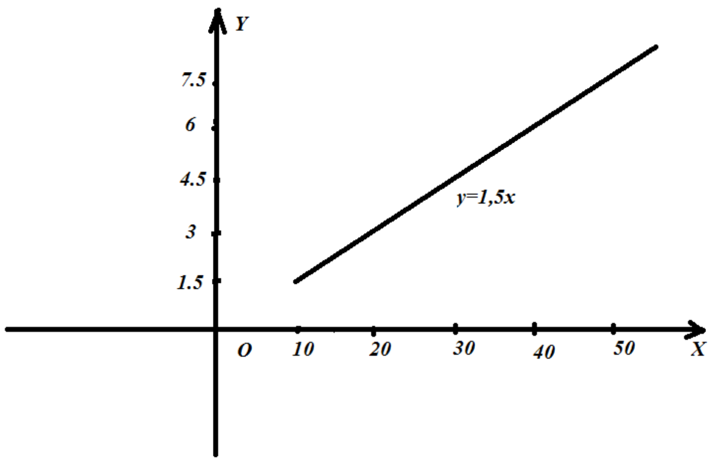
- залежність шляху при рівномірному прямолінійному русі S від часу t, коли відомий початковий шлях S_0 , який пройшло тіло: $S=S_0+Vt$, де t і S - змінні, V *і* S_0 – сталі;
- залежність між вагою котушки з дротом P і довжиною намотаного на нього дроту l (якщо котушка без дроту важить 0,5 кг, а метр дроту - 0,2 кг) виражається формулою $P = 0{,}2l + 0{,}5$;
- залежність між відстанню x (*в км*) пройденою таксі, і вартістю y (*в грн*) за цей проїзд виражається формулою: $y = 8x + 2$, де 8 грн вартує кілометр пробігу, 2 грн – вартість посадки пасажира.

Учні під керівництвом учителя здійснюють аналіз наведених прикладів та узагальнюють дані у вигляді формули $y = kx + b$, де y – залежна змінна, або функція; x – незалежна змінна, аргумент, коефіцієнт при змінній буквою k, а вільний сталий член – буквою ***b.*** Зауважуємо, що всі функції, які можна задати такою формулою називають лінійними [9].

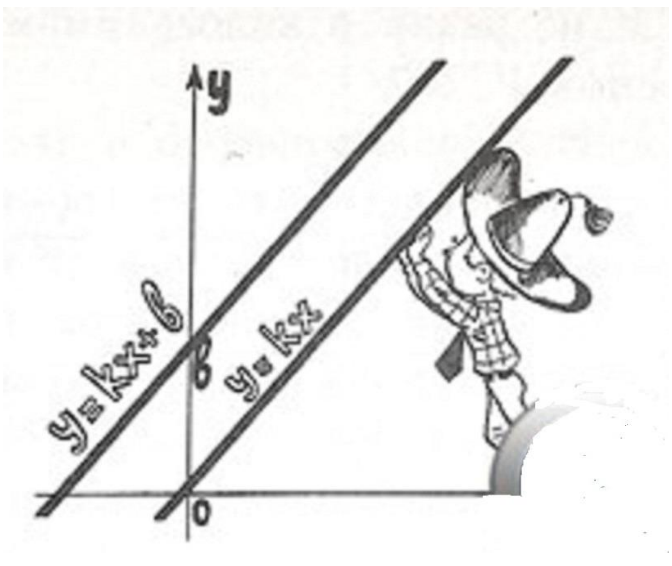
Як варіант, можна розпочати вивчення лінійної функції, як пропонувалось вище, з відомої вже учням прямої пропорційності величин. Розглянемо залежність між двома величинами: відстанню, яку проїздить автомобіль та кількістю пального, який витрачає на проїзд. Відомо, що автомобіль витрачає на 10 км шляху 1,5 л бензину. Наведемо таку таблицю:

Відстань (у км)	10	20	30	40	50	60
Кількість бензину (у л)	1,5	3	4,5	6	7,5	9

Користуючись значеннями величин, поданих у таблиці, учні роблять висновок про пряму пропорційну залежність величин, яку можна задати формулою. Якщо позначити відстань (*у км*) буквою ***x***, а кількість бензину (*у л*) буквою ***y***, то дістанемо залежність кількості витраченого пального на подолання відстані: ***y= 1,5 x***. За даними таблиці будуємо графік залежності величин (недолік даної практичної задачі – розміщення графіка у першій координатній чверті).



Запропонуємо учням «продовжити» побудований графік (на рисунку – відрізок). Отримаємо пряму, яка проходить через початок відліку. Учням відомо, що для побудови прямої достатньо двох точок. Графік прямої пропорційності характерний тим, що завжди відомі координати однієї точки, яка



належить цій прямій - O(0;0), початку координат. Формула, якою задаємо пряму пропорційну залежність: $y = kx$. Отож, узявши довільне значення ***x,*** відмінне від 0, ми знайдемо відповідне йому значення ***y,*** при заданому k. Переходимо до вивчення лінійної функції $y = kx + b$, пояснивши значення змінної ***b*** *(див. рисунок).*

Поняття функції є одним із ключових понять, з яким ознайомлюються учні на початковому етапі вивчення алгебри. Школярі повинні усвідомити важливість опанування даним поняттям, усвідомлюючи, що життя людини та й існування Всесвіту у певному сенсі є функцією від конкретних обставин, параметрів, змінних... Відомий математик Хінчин О.Я. зазначав: «…основоположне поняття математичного аналізу – поняття функціональної залежності, в якому, як у зародку, вже закладена вся ідея оволодіння явищами природи і процесами техніки за допомогою математичного апарату»

Висновки:

Використання методичних рекомендацій з проблеми «Методичні аспекти викладання алгебри та геометрії на початковому етапі вивчення у контексті вимог Нової української школи» у практичній діяльності учителів сприятиме:

1. ***успішному розв'язанню окремих завдань та проблемних питань***, які виникають при викладанні математики на II етапі вивчення;
   - ✓ своєчасному коригуванню освітнього процесу, що є необхідною умовою забезпечення якісного рівня навчальних досягнень учнів з математики.
2. ***використання визначених орієнтирів слугуватиме:***
   - ✓ формуванню в учнів умінню обґрунтовувати та доводити математичні твердження, узагальнювати міркування,
   - ✓ оволодінні учнями мистецтвом аргументації, формуванні власних суджень, міркувань, висновків, що є базовими цінностями сучасного демократичного суспільства
   - ✓ розвитку логічних навичок;

- ✓ оволодінню дедуктивними методами вивчення геометрії.

3. ***роз'яснення викладу окремих математичних термінів сприятиме***

- ✓ подоланню певної неузгодженості в трактуванні понятійного апарату,

4. ***впровадження підходів, які пропонуються та методів, якими слід керуватись забезпечить***

- ✓ набуття досвіду предметної, міжпредметної та загальнонавчальної діяльності,
- ✓ уміння здійснювати системний аналіз власної діяльності при вивченні предмету.

Список використаних джерел:

1. Апостолова Г.В. Геометрія. 7 клас. /Підручник Г.В.Апостолова.- К.: «Генеза», 2004. – 216 с.
2. Бевз Г.П. «Уроки геометрії в 7 класі». Посібник для вчителів /Г.Бевз, В.Бевз, Н.Владімірова -- К., «Вежа», 2008. – 128 с.
3. Бевз Г.П. «Методи навчання математики»/ Г.Бевз - Х.: Вид. Група — Основа ", 2003.- 96 с.
4. Єршова А. П. Геометрія. 7 клас/ Підручник А. Єршова.; В. Голобородько; О. Крижановський.; С. Єршов - Х., «Ранок», 2015. – 224 с.
5. Медяник А.Г. «Учителеві про шкільний курс геометрії». Книга для вчителя/ А. Г. Медяник. - К.: Рад. Шк., 1988. – 124 с.
6. Мерзляк А.Г. Алгебра. 7 клас/Підручник А. Мерзляк, В. Полонський, М.Якір. - Х.: «Гімназія», 2015. – 288 с.
7. Мерзляк А.Г. Алгебра. 7 клас. Книга для вчителя/ А. Мерзляк, В. Полонський, М. Якір - Х., «Гімназія», 2015. – 96 с.
8. Кравчук В.Р., «Алгебра. Підручник для загальноосвітніх навч. закл. 7 клас/ В. Р. Кравчук., М.В. Підручна, Г. М. Янченко Тернопіль. Підручники і посібники, 2014. – 224 с.
9. Навчальні програми з математики для загальноосвітніх навчальних закладів України + опис ключових змін. 5 – 9 класи. - К.:

Видавничий дім «Освіта», 2017. – 56 с. – (Серія «На допомогу вчителеві»).

10. Слєпкань З.І. «Методика навчання математики» Підручник для студ. мат. спеціальностей пед. навч. Закладів/ З. І. Слєпкань – К.: Зодіак - Еко, 2000. – 512 с.
11. Тадеєв В.О. Геометрія. 7 клас. Поглиблений курс/ Підручник. В.Тадеєв – «Тернопіль. Навчальна книга – Богдан», 2007. – 352 с.
12. Тарасенкова Н.А. «Математика. На допомогу вчителю»/ Н. Тарасенкова, І. Богатирьова, О. Коломієць, З. Сердюк - Київ. Видавничий дім «Освіта». 2013. – 56 с.